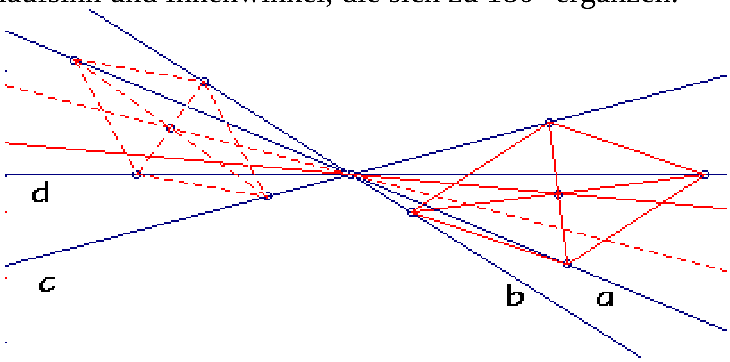
Konstruktion der Rauten-Mitten-Geraden zu vier kopunktalen Geraden

Eckart Schmidt

Zu vier im Punkt S kopunktalen Geraden a, b, c, d werden Rauten $R_aR_bR_cR_d$ gesucht, deren Ecken entsprechend der Indizierung auf den Geraden des Büschels liegen. Diese Fragestellung wurde in zwei PM-Beiträgen [1] , [2] angesprochen. Die Mitten dieser Rauten – sofern sie denn existieren – liegen auf einem Geradenpaar des Büschels. Diese Rauten-Mitten-Geraden g verlaufen parallel zu den Asymptoten des Rauten-Mitten-Kegelschnitts im nicht kopunktalen Fall. Zu einer Rauten-Mitte auf g sind die Diagonalen vierte harmonische Geraden zu a, c, g bzw. b, d, g [2]. Rauten zu den beiden Rauten-Mitten-Geraden haben entgegengesetzten Umlaufsinn und Innenwinkel, die sich zu 180° ergänzen.



Für den Hinweis auf eine Konstruktionsmöglichkeit der Asymptotenrichtungen einer Hyperbel durch fünf Punkte danke ich Herrn Prof. Dr. Günter Pickert.

Konstruktionsschritte:

(1) Parallele b' zu b mit

$$a \cap b' = \{A_1\}\ ,\ c \cap b' = \{C_1\}\ ,\ d \cap b' = \{S'\}.$$

(2) Thales-Kreis k über SS' mit

$$a \cap k = \{A\}\ ,\ c \cap k = \{C\}\ ,\ b' \cap k = \{B^*\}.$$

(3) Vierte harmonische Punkte A_2, B_2, C_2 mit

$$(S, A_1, A, A_2)\ ,\ (S, C_1, C, C_2)\ ,\ (A_1, C_1, B^*, B_2)$$

in harmonischer Lage.
A_2, B_2, C_2 sind neben S und S' Punkte des Rauten-Mitten-Kegelschnitts der Geraden a, b', c, d [3], dessen Asymptotenrichtungen hier konstruiert werden.

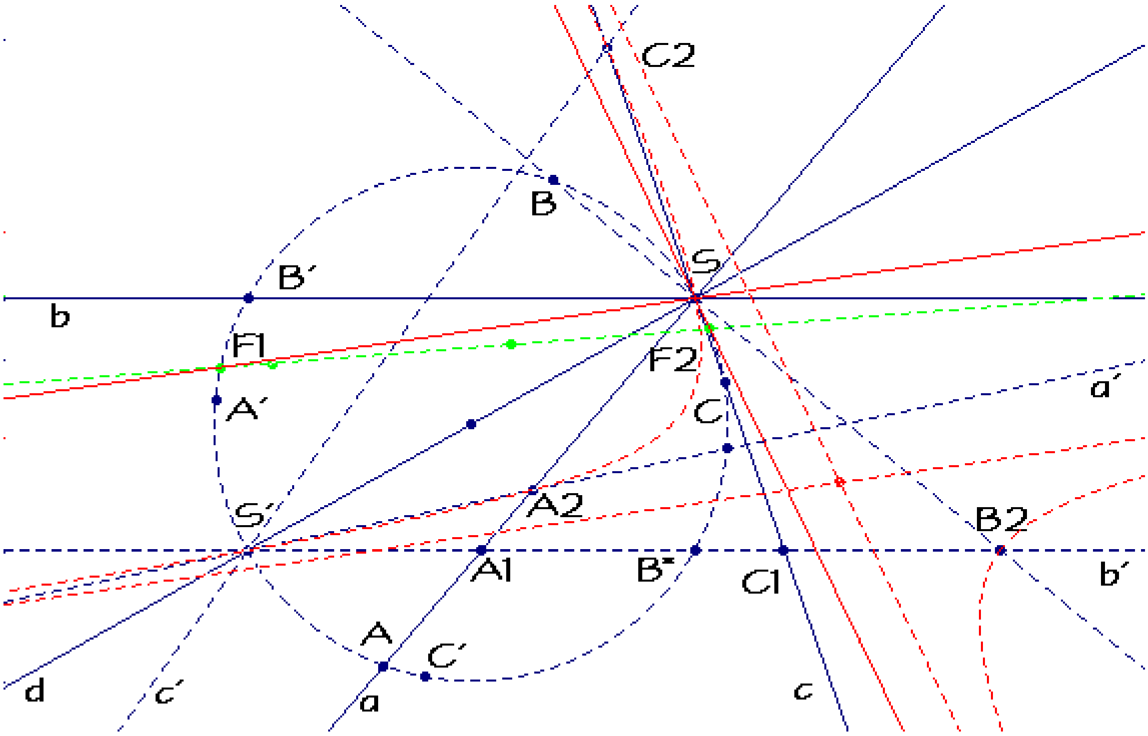
(4) Die Geraden SA_2, SB_2, SC_2 schneiden den Thales-Kreis in den Punkten A, B, C; die Parallelen zu $S'A_2$, $S'B_2$, $S'C_2$ durch S schneiden den Thales-Kreis in A', B', C'.

(5) Die kollinearen Schnittpunkte

$$AB'\cap A'B \;,\; AC'\cap A'C \;,\; BC'\cap B'C$$

bestimmen die Homologie-Achse einer projektiven Abbildung des Thales-Kreises auf sich, deren Fixpunkte eventuelle Schnittpunkte F_1, F_2 mit k sind.

(6) Diese projektive Abbildung vermittelt eine Abbildung der Geradenbüschel zu S und S' und über die Schnittpunkte mit der Ferngeraden eine Abbildung der Ferngeraden auf sich. Fixpunkte sind die Berührpunkte der Asymptoten des Rauten-Mitten-Kegelschnitts von a, b', c, d. Damit sind SF_1 und SF_2 die gesuchten Rauten-Mitten-Geraden der kopunktalen Geraden a, b, c, d.



Literatur

[1] Charlotte Thum-Rung: Zur Konstruktion von „einbeschriebenen“ Rauten. – PM 5/46. Jg. 2004, S.199.

[2] Günter Pickert: Antwort auf zwei Fragen zu einbeschriebenen Rauten. – PM 5/46. Jg. 2004, S.200.

[3] Eckart Schmidt: Rauten-Mitten-Kegelschnitte zu vier Geraden. - ...

Eckart Schmidt - Hasenberg 27 - D 24223 Raisdorf
http://eckartschmidt.de
eckart_schmidt@t-online.de